قضايا تعليم وتعلم الرياضيات – دعوة إلى الحوار

إعداد *

أ . د . رفعت محمد حسن المليجي

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المتفرغ

كلية التربية – جامعة أسيوط

* كان من المفروض أن ينشر هذا البحث في أعمال المؤتمر العلمي الثالث والعشرين (الدولي الثاني) للجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس ، وفات على الطباعة إدراكه في مجلد المؤتمر .

قضايا تعليم وتعلم الرياضيات – دعوة إلى الحوار

جاءت فكرة هذه الورقة متمشية مع أهداف هذا المؤتمر ، من تعرف لبعض الرؤى والتوجهات الحاكمة لعملية تطوير المناهج ، ومناقشتها بصورة ناقدة ، سعيا إلى بناء هذه العملية على أسس راسخة ، تؤدي في النهاية إلى تطوير فعلي وفاعل للمناهج المدرسية . وبحكم عمل الباحث في مجال تعليم وتعلم الرياضيات ، فإنه يسعى إلى تقديم رؤية ناقدة لبعض الممارسات التي تحكم هذه العملية ، واستخلاص بعض الدلالات والتوصيات التي تسهم في تطوير استراتيجيات تعليم وتعلم الرياضيات في مصر والوطن العربي .

وتتضمن هذه الورقة الحالية المحاور الثلاثة التالية :

١. الرؤى العالمية في قضايا تعليم وتعلم الرياضيات منذ عام ١٩٨٠م ، وحتى الآن .
٢. رؤية نقدية لبعض الممارسات التي تتم في مجال تعليم وتعلم الرياضيات .
٣. توجهات مستقبلية لتطوير استراتيجيات تعليم وتعلم الرياضيات في مصر والوطن العربي .

أولا : رؤى عالمية في قضايا تعليم وتعلم الرياضيات .

يشكل تعليم وتعلم الرياضيات المدرسية مشكلة كبيرة للمعلمين وللمتعلمين على السواء ، خصوصا في المرحلتين الابتدائية والإعدادية ؛ حيث تتزايد الضغوط حول الفهم المتصل بالمسألة ، والعمليات والتطبيقات الرياضية لحلها في إطار من استكشاف السياق الحقيقي والواقعي لحل المشكلة الرياضية .

ويشير بروان (Brown,1988) إلى أن معلم الرياضيات يحمل في عامه الأول للتدريس نظرة تنادي بأن حل المشكلات هو جوهر وروح الرياضيات ، وأن تشجيع التلاميذ على الاكتشاف ينبغي أن يكون مركزا على حل المشكلة .

ورغم ذلك ، فإن الرياضيات التي يقدمها المتعلمون تتكون غالبا من الشرح والتدريب مزودا ببعض المسائل المعرفية بفرض التطبيق ، وبث الدافعية في المتعلمين .

وقد نشر بوليا Gearge polya (١٨٨٧- ١٨٨٧) والذي يشار إليه بأنه والد حل المشكلات الحديث the father of modern problem solving كتابه الشهير : How to solve it

، والذي شرح فيه الخطوات الأربع لحل المشكلات، والتي تعد إحدى أكثر الاستراتيجيات قبولا في الرياضيات (رفعت المليجي ، طرق تعليم الرياضيات ، ٢٠٠٩) .

ويذكر بوليا في كتابه أن هناك هدفين يضعهما المعلم نصب عينه ، الأول هو مساعدة التلاميذ على حل المسائل التي بين أيديهم بالفعل ، والثاني هو تنمية قدرة التلاميذ متي تمكنوا من حل المسائل التي تصادفهم في المستقبل .

وتجمع أدبيات تدريس الرياضيات على أن الكثير من التلاميذ ينظرون إلى الرياضيات على أنها موضوع صعب للتعلم ، وربما يجيء هذ الانطباع من كونهم ينظرون إلى الرياضيات على أنها تتابع طويل من القواعد المنفصلة التي يتعين عليهم حفظها ، مما يجعلهم يعيشون وسط بيئة من الخوف داخل فصول الرياضيات ، ويصبحون ضحايا للقلق الرياضي .

إن هذه النظرة إلى الرياضيات جعلت التلاميذ يركزون أكثر على الحفظ، وتتبع عدد من القواعد الرياضية التي تفتقر إلى الفهم حولها ، ويسهم ذلك بالفعل في تزايد احتمال السلوك المشوب بالقلق دون ضرورة .

ومع أن القلق الرياضي يظهر بوضوح لدي المراهقين الكبار، فإن جذوره يمكن أن نردها إلى خبراتهم في المراحل الأولى من التعليم ، وقد دفع لك التربويين الرياضيين إلى وضع عدد من التوصيات عند تخطيط دروس الرياضيات :

١. تجهيز بيئة تفكير آمنة للتعلم ، إذ إنه عندما يحس التلاميذ بالثقة في أن الاستجابات المدرسية والإجابات غير الصحيحة قد تؤدي إلى نتائج مهمة ، فإنهم يكونون أميل أكثر للدخول في مناقشة المفاهيم وأخذ المخاطرات التفكيرية عند قيامهم بحل المسائل .
٢. التشديد على كل الفروع ؛ لأن التلاميذ كثيرا ما يعتبرون أن الرياضيات هي الحساب فقط ، رغم وجود فروع مهمة أخرى مثل : الهندسة – القياس- الإحصاء – الاحتمالات .
٣. ضرورة تعرض التلاميذ لخبرات يومية لحل المشكلات ، عن طريق وضع بعض التطبيقات الحياتية وجعلها جزءا لا يتجزأ من أنشطة حل المشكلات .
٤. توظيف نماذج يدوية كلما كان ذلك مناسبا .
٥. تجهيز عمل تعاوني من خلال تشكيل مجموعات صغيرة من التلاميذ عند تنمية المفاهيم وحل المسائل الرياضية .

٦. توضيح أن العملية المتضمنة في الحصول على الإجابة لا تقل أهمية عن الحصول على الإجابة نفسها، لأن التلاميذ يعتقدون أنه يوجد طريق صحيح واحد للحصول على الإجابة ، وهذا الاعتقاد قد يقود إلى الانطباع الخطأ بأن الرياضيات ليست إلا تجمعا من القواعد التي يتم اتباعها خطوة بخطوة ، بينما قد تقود محاولات حل المسألة بشكل غير صحيح إلى فهم أكبر للمفاهيم الرياضية الضمنية ، وربما اقتراح استراتيجية جديدة للحل .

٧. الحفاظ على توقعات عالية بالنسبة لكل التلاميذ بصرف النظر عن الاختلافات بينهم في الجنس أو الخلفية الثقافية ، وتوزيع فرص الاستجابة لكل التلاميذ بعدالة كلما كان ذلك ممكنا .

٨. التأكد من أن كل التلاميذ يدركون الأهمية المتزايدة للكفاية الرياضية في المجتمع .

وقد خصصت أجندة العلم أيضا ابتكارات منهجية تم تصميمها لمتابعة احتياجات التلاميذ في القرن الحادي والعشرين ، تضمنت زيادة التأكيد على استراتيجيات التدريس لحل المشكلات ، ومهارات التقرير ، والتنور الحسابي (الثقافة الحسابية) كما تضمنت التأكيد على التدريبات الحسابية ، وأكدت أن الحاسب الجيبي والكمبيوتر يمكن استخدامهما لإنجاز الحسابات المعقدة ، ويعطي الحرية للتلميذ في التركيز على التصميم المنطقي للمسألة .

كما أن التحري الأكبر أمام معلمي الرياضيات هو مساعدة المتعلمين على أن يكونوا قادرين على حل المسائل غير الروتينية في الرياضيات ، ولكي يتحقق ذلك ، فإن على التلاميذ أن يشاركوا في ممارسة المهارة داخل سياق المسائل المتصلة بحياتهم الحقيقية .

وقد اقترح المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (NCTM) بعض المهارات الأساسية التي يجب على التلاميذ أن يتقنوها في مراحل التعليم قبل الجامعي ، وهذه المهارات هي : (freadricka k . Reisman, 1981)

١. حل المشكلات .
٢. تطبيق الرياضيات في مجالات الحياة اليومية .
٣. التحقق من معقولية النتائج .
٤. التقريب والتقدير التقريبي .
٥. المهارات الحسابية المناسبة .

٦. الهندسة .
٧. القياس .
٨. القراءة والتفسير وإنشاء الجداول والأشكال البيانية.
٩. استخدام الرياضيات في التنبؤ .
١٠. ثقافة الكمبيوتر .

ولتحقيق اكتساب هذه المهارات العشر، ثم اقتراح الأنشطة العشرة التالية :

١- تحديد وصنع المعلومات الكمية .
٢- تجميع وتنظيم وتقديم وتفسير المادة المتجمعة .
٣- رسم استنتاجات وتنبؤات من خلال المادة المتجمعة .
٤- تقدير القياسات واستخدام الأدوات المناسبة للقياس .
٥- تقدير نتائج الحساب عقليا .
٦- القيام بحسابات الأعداد مقربة إلى رقم صحيح واحد أو رقمين صحيحين .
٧- استخدام مساعدات تكنولوجية لإجراء الحسابات .
٨- استخدام النسبة والتناسب لحل مسائل النسبة بشكل عام ، ومسائل النسبة المئوية بشكل خاص .
٩- استخدام الصور والخرائط والمخططات والرسوم البيانية لتدعيم تمثيل المسألة تصويريا ومفاهيميا .
١٠- استخدام التمثيلات الحسية والبازلة التي تساعد على تحسين إدراك العلاقات المكانية .

وسوف يكون أكثر ترجيحا التحرك بعيدا عن إشراك التلاميذ في المهام التي يمكنهم القيام في أسرع وقت ، وبدقة ملائمة ، باستخدام حسابات الورقة والقلم للمسائل المتضمنة أعدادا مكونة من أكثر من عددين صحيحين .

أيضا سوف يكون هناك عدم تأكيد على المبالغة في استخدام مفردات عالية التخصص وليس لها فائدة في حياتنا اليومية (على سبيل المثال بعض اللغة والرموز المتعلقة بالمجموعات) .

وسوف يكون هناك أيضا عدم تأكيد على التحويل من نظام للقياس إلى نظام آخر (على سبيل المثال التحويل من النظام الإنجليزي إلى النظام المتري) .

وتشير نتائج التقويم القومي للتقدم الأمريكي (NAEP) إلى أن التلاميذ يستطيعون أن يجربوا ولكنهم لا يعرفون بالضرورة متى يستخدمون الحسابات المتعددة لحل المسائل الرياضية .

ثانيا : رؤية نقدية لبعض الممارسات التي تتم في مجال تعليم وتعلم الرياضيات .

تركز الورقة الحالية على طرح رؤية نقدية لبعض الممارسات التي تتم في مجال تعليم وتعلم الرياضيات .

وسوف يتم التعرض لقضيتين مهمتين ، تتصل الأولى بنظرية جان بياجيه للنماء العقلي ، والتي قسمت مراحل النمو العقلي إلى أربعة مراحل متتابعة تقع اثنتان منهما في المرحلة العمرية لتلاميذ المرحلتين الابتدائية والإعدادية ، بينما تتصل القضية الثانية بالطرق التي يستخدمها التلاميذ في حل مسائل الحساب باعتباره المدخل الرئيس لتعلم باقي فروع الرياضيات .

القضية الأولى : نظرية جان بياجيه للنماء العقلي (ما لها وما عليها) .

يؤسس العديد من المشتغلين بتعليم الرياضيات اختيار الموضوعات والطرق الرياضية وفقا لكون التلاميذ إما يقعون في مرحلة العمليات الحسية أو في مرحلة العمليات المجردة .

وفي مرحلة العمليات الحسية (عادة تكون في المرحلة العمرية ٧ أو ٨ سنوات حتى ١١ عاما) يدرك الطفل أن التغيرات الإدراكية في ترتيب الأشياء أو في الشكل العام لأي شيء لا تؤثر في المظاهر الكمية للحالة .

وفي هذه المرحلة يأخذ الطفل في حسبانه الحقيقة التي تقول إنه : إذا لم يتم إضافة شيء إلى الكمية أو لم يؤخذ منها شيء فإنه لا يوجد تغيير في المقدار الذي كان موجودا ، وعلى سبيل المثال فإن كرة من الصلصال ، أو قدرا من الماء ، أو حبات من الخرز ، قد تتغير في طريقة ظهورها وفي ترتيبها المكاني ، لكنها من حيث المقدار أو الكمية تبقي كما هي .

أما في مرحلة العمليات المجردة (المرحلة العمرية من ١١ إلى ١٤ عاما) فإن الطفل يكون قادرا على صياغة الفروض ، وصنع الاستنتاجات ، وتفسير الافتراضات ، والحس الاستنباطي ، والاندماج في التفكير المنطقي (أما أ أو ب وليس كل من أ / ب) .

وفي هذه المرحلة يبدأ التلاميذ في التعليق بالتجميع وإعادة الترتيب والاحتمالات والارتباطات ، والتفكير الذي يتم تعهده وفق هذا الترتيب يكون له طبيعة نظامية .

إن ذلك قد يكون مفيدا ، ولكن الواقع يقول إن الكثير من التلاميذ الذين يفترض وفقا لأعمارهم أن يكونوا اجتازوا مرحلة العمليات الحسية ولم يصلوا بعد إلى اجتيازها ، ووفقا لدراسة هاودن (Howden,H,1989) فإن فصول المرحلة الإعدادية في غالبية الأحيان تضم عددا قليلا من التلاميذ الذين هم في مرحلة العمليات الحسية ، ومعهم غالبية التلاميذ الذين هم في مرحلة الانتقال من مرحلة العمليات الحسية إلى مرحلة العمليات المركبة .

وتشير إحدى الدراسات إلى أنه رغم أن مراحل بياجيه متتابعة ، إلا أنها لا تغطي الفواصل أو الحدود بين المراحل .

وقد أيد الكثير من المربين بقوة المفاهيم الضمنية لتطبيق نظرية جان بياجيه في التدريس ، وشكك فيها آخرون ، كما عارضها بشدة مجموعة ثالثة من المربين .

وتتلخص أهم المفاهيم الضمنية لهذه النظرية ، فيما يلي :

١. النمو العقلي يظهر خلال سلسلة من المراحل التي يجب أن تظهر في السياق ذاته .
٢. تتحدد المراحل بواسطة تجمع من العمليات العقلية (التسلسل ، الاحتفاظ ، التصنيف ، الافتراض ، الاستدلال) .
٣. التحرك خلال المراحل يتم إنجازه بواسطة التوازن ، وقد أظهرت عمليات النمو التفاعل بين الخبرة (التمثيلات) وتنمية البناء المعرفي (الملاءمة).

إلا أتع يوجد قدر كبير نم التداخل وسط التلاميذ الذين يؤدون المهام التقليدية وفقا لنظرية بياجيه أو بعد وصولهم إلى العمر المحدد في مراحل النظرية.

ونتيجة لذلك فإن خططا بديلة لتقرير النمو العقلي تم تقديمها بواسطة ريزمان وكوفمان (Reisman & Kauffman , 1980) حيث قاما بتحديد العوامل العامة التي تؤثر في التعليم ، واستخدامها في شرح التقدم التنموي للتلاميذ من حيث : القوة والضعف المتعلقة بتعلم الرياضيات .

وهذه العوامل العامة لطبيعة المعرفة يمكن وصفها كما يلي :

١. التعلم بدرجة سريعة .
٢. رعاية المظاهر البارزة للحالات .
٣. الاحتفاظ (وكمثال له ربط التحويلات والثبات المصاحب) .

٤. الحفاظ على المعلومات بقدر صغير من التكرار .

٥. فهم المواد المعقدة .

٦. بناء العلاقات والمفاهيم والتعميمات .

وفي نظرة منفصلة عن البحوث المبنية على نظرية بياجيه التي تم تطبيقها لتعليم الرياضيات ، لاحظ هيرت وكاربنتر (Heibert & Carpenter , 1982) أن العديد من المهام الرياضية يمكن إتقانها بواسطة الأطفال الذين لم يصلوا للمرحلة ، والتي تعتبر متطلبة لهذه المهام ، وقد وجدوا أن الموضوع لا يرتبط بقياس أحد مستويات بياجيه أو بنظرية بياجيه نفسها ، وعلى الأصح فإن المهارات التي تم قياسها بواسطة اختبارات الاستعداد الرياضي لم تكن المهارات الضرورية لإنجاز دروس الرياضيات المدرسية .

يبقي بعد ذلك الإشارة إلى سبب مهم لفشل بعض التلاميذ في تخطي المهام التي يكلفون بها وفقا لنظرية بياجيه ، حيث إن بيئة التعلم وثرائها تؤدي دورا مهما في دخول مراحل نظرية بياجيه وفقا لما حدده بياجيه في نظريته ، وعلى سبيل المثال فإن بيئة التعلم في مصر ليست غنية بالخبرات مثل البيئة الأوربية التي طبق فيها بياجيه اختباراته ، وقد ترتب على ذلك أن تلاميذ البيئة المصرية قد يتأخرون عاما أو عامين عن دخول المرحلتين الحسية أو المجردة عن زملائهم الذين أجريت عليهم نفس الاختبارات في البيئة الأوربية .

<u>القضية الثانية : الطرق التى يستخدمها التلاميذ فى حل المسائل الرياضية .</u>

تشير أدبيات تدريس الرياضيات إلى أن تلاميذ المرحلة الإعدادية يمكنهم حيازة ومتابعة الإجراءات الرياضية ، ولكنهم يتبعونها كقواعد دون تبرير سبب اختيارهم لها ، وتوجد أمثلة من هذا النوع مثل (الطرح بالاستلاف) و (قسمة الكسور الاعتبارية) . (Reys,1989)

ومن الواضح أن التلاميذ نادرا ما يفكرون في حل المسائل بطريقة حسية أو واقعية ، بل يتجهون إلى استخدام الألجورثميات الحسابية المتعلقة بالمسألة ، دون اهتمام بمعقولية النتائج التي يحصلون عليها وينتظرون ردود المعلم على استجاباتهم ، فإذا لم تتطابق معها يبدؤون في فحص المسألة من جديد (رفعت المليجي ، دور ثراء بيئة التعلم ، ٢٠٠٩) . كما أن المعلمين على الدوام يسألون التلاميذ لشرح وتبرير إجاباتهم ، إن سؤالا يبدأ بكلمة (لماذا ؟) هو سؤال نموذجي ، يستوضح ما إذا كان واضحا للتلميذ أن ما قام به هو إجراء صحيح ، أو أنه من الواضح أنه خطأ .

وتشير إحدى الدراسات (Othman N.Alsawaie,2011) إلى أن الألجورثميات التي يستخدمها التلاميذ لحل المسألة الرياضية يجب أن يتم تدريسها بعد أن يكون التلاميذ قد أخذوا الفرصة بشكل مفهومي لاستيعاب المنطق وراء استخدام هذه الألجورثميات ، وفي بعض الحالات يحصل التلاميذ على إجابات صحيحة باستخدامات غير صحيحة أو استبصار غير مناسب ، إذ يحصلون على إجابات خطأ بسبب استخدامهم قواعد غير صحيحة .

وكمثال رياضي :

عندما يطلب من التلاميذ أن يحددوا أي الكسرين $\frac{١٥}{١٦}$ أم $\frac{١٨}{١٩}$ أكبر ؟

وجاءت إجابات بعض التلاميذ كالتالي: $\frac{١٨}{١٩}$ أكبر من $\frac{١٥}{١٦}$ بسبب أن ١٩ أكبر من ١٦ ، بينما عدد آخر من التلاميذ قاموا بجمع البسط والمقام لكل كسر ، ثم قارنوا حاصل الجمع في الحالتين ، وتوصلوا إلى أن $\frac{١٨}{١٩}$ أكبر من $\frac{١٥}{١٦}$ لأن ٣٧ أكبر من ٣١.

لاحظ أن الإجابة التي توصل إليها التلاميذ في الحالتين صحيحة ، لكن الاستراتيجية المستخدمة لم تكن صحيحة .

وفي أحيان أخرى قد يستخدم التلاميذ استجابات خطأ للتوصل إلى الإجابة ، ففي المثال المشار إليه أيهما أكبر $\frac{١٥}{١٦}$ أم $\frac{١٨}{١٩}$ ، فقد استخدم أحد التلاميذ الجمع التصالبي وقال إن : ١٥+١٩ = ٣٤ ، ١٦+١٨ = ٣٤ ، وعليه فإن الكسرين متساويان .

وعدد آخر من التلاميذ حسبوا الفرق بين البسط والمقام لكل كسر، واستنتجوا أن الكسرين متساويان بسبب أن ١٩-١٨ = ١٦ ــ ١٥ .

وفي مثال أخر : سأل المعلم تلاميذه في أحد فصول الرياضيات أن يحددوا موضع العلامة العشرية في العدد الناتج من عملية الضرب التالية : ١١٥,٥ × ٣٢٥, = ٣٧٥٠٥ .

حيث تعددت محاولات الإجابة عن هذا السؤال ، إحدى التلميذات قالت في البداية إن الناتج يكون ٣,٧٥٠٥ ، ثم استدركت قائلة : " لا " إن ذلك خطأ ، كما أن الإجابة لا يمكن أن تكون ٣٧٥ ؛ لأن النتائج يجب أن يكون أُقل من ١١٥ ، وبالتالي فإن الجواب الصحيح هو ٣٧,٥٠٥ . وعندئذ سألها

المعلم هل هناك قاعدة لم تستخدميها في الحل ؟ فأجابت التلميذة : إنني أفكر في أنه يجب أن يكون هناك صفر على اليمين ، وأشارت إلى يمين الرقم ٥.

وبتتبع مسار تفكير هذه التلميذة نرى أنها استخدمت القاعدة أولا عن طريق عدّ أربعة أرقام من اليمين ثم وضع العلامة العشرية ، ولكنها بعد ذلك أدركت أن الإجابة ليست معقولة ، ثم توصلت إلى أن الإجابة يجب أن تكون أُقل من ١١٥,٤ ، ولكنها ليست أُقل من ٣,٧٥ ، وبالتالي فإن الإجابة الصحيحة هي ٣٧,٥٠٥ . وباستخدام هذا النمط من السببية توصلت إلى الإجابة الصحيحة .

تلميذ آخر في نفس الفصل جهز إجابة خطأ بسبب القواعد التي تعلمها في فصل الرياضيات ، فقام بعد أربعة أرقام من ناحية اليمين في الإجابة المقترحة للمسألة، ثم وضع العلامة العشرية فأصبحت الإجابة ٣,٧٥٠٥ ، إن هذه النتيجة غير معقولة ، ويجب أن تجعل التلاميذ يعيدون التفكير في استراتيجياتهم للحل ، كما أنها تشير إلى أن هذا التلميذ قد فقد القدرة على التقدير .

تلميذ ثالث عد أربعة أرقام من ناحية اليسار ، ثم وضع العلامة العشرية ، وأعطى الإجابة التالية : ٣٧٥٠,٥ ، وعندما سأله المعلم عن سبب ذلك ، اتضح أن التلميذ قد نقض القواعد التي تعلمها في فصل الرياضيات في أن يعد من ناحية اليمين ثم يضع العلامة العشرية ، وقام بنفيض ذلك عند حل هذه المسألة .

ويبدو أن خطأ التلاميذ في استخدام القواعد ، ربما يعود إلى تعدد القواعد التي يدرسها في الفصل ، وعندها يحاول التلميذ أن يستظهر أو يحفظ عن ظهر قلب ، ويصبح مشوشا في استخدام القواعد أو مسيئا لاستخدامها .

وقد دفع ذلك علماء تعليم الرياضيات في محاولة منهم لتخطي المشكلة إلى توجيه التلاميذ إلى أن من أجل الحصول على الإجابة ، يجب أن ينتبهوا إلى الحقيقة التي تقول أن هناك شيئا خطأ في استراتيجياتهم ، وأن الخلل الذي حدث هو نتيجة طبيعية لتعلم القواعد دون فهم أساسها المفاهيمي .

التقدير : تناول مصدران مهمان لتعليم وتعلم الرياضيات (NCTM,1989) في الورقتين المعنونتين معايير المنهج والتقويم في الرياضيات ، وذكرتا أن هناك دعوة لزيادة الانتباه إليه عند تدريس الرياضيات ، وأن التقدير يمكن أن يظهر في الأنواع الثلاثة التالية :

<u>النوع الأول :</u> وهو الذي يجيب عن السؤال (كم يبلغ عدد .....؟) مثل السؤال عن عدد حبات الفول في إناء ، أو تقدير عدد المتفرجين في استاد كرة القدم .

<u>النوع الثاني :</u> وهو الذي يتطلب تقدير قياس شيء بدون وجود أي أدوات للقياس ، مثل تقدير مساحة غرفة ، أو أبعاد قاعة أو مساحة مستطيل .

<u>النوع الثالث :</u> وهو الذي يتطلب إيجاد قيمة تقريبية لنواتج حسابات معينة، ويطلق علي هذا النوع اسم التقدير الحسابي .

كيف يقوم التلاميذ التقدير ؟

وجد عدد من الباحثين في مجال تعليم الرياضيات ثلاث عمليات مفتاحية للتقدير:

العملية الأولى : يطلق عليها اسم إعادة التشكيل وتغيير الأعداد المعطاة في المسألة إلى أعداد أخرى أكثر سهولة لإدارة العقل . وهذا النوع هو فقط أحد أنواع تشكيل المسألة ، والتي يتم استخدامها بواسطة تلاميذ يجيدون عملية التقدير ، وعلى سبيل المثال فإن ٧٩ ÷ ٩ يمكن تغييرها إلى ٨١÷ ٩ ، كما يمكن استخدام $\frac{١}{٣}$ مكافئ تقريبي للعدد مثل ، التعبير عن بأنه يساوي ٣٠ % .

ويثار هنا سؤال : هل الأكثر أهمية بالنسبة للتلميذ أن يكون قادرا على ضرب ٢٥,٧ × ٤١٣١ بشكل دقيق ، أو أن يكون قادرا على القول بآن الناتج هو حوالي عشرة مليون ؟ . غالبا الإجابة المقربة ليست دائما مرضية، ولكنها أيضا تختبر فراسة أكبر من مجرد الحصول على الإجابة الدقيقة .

العملية الثانية : تستخدم أيضا بواسطة التلاميذ الذين يجيدون عملية التقرير ، وتسمي هذه العملية الترجمة ، وتشير إلى إعادة تشكيل المسألة حتى تبدو أكثر سهولة. إن مسألة على نمط (٣٤٧ ×٦) ÷ ٤٣ قد يتم تغييرها إلى(٣٥٠ ×٦) ÷٤٢، (إعادة تشكيل) وتصبح المسألة كالتالي : ٣٥٠× (٦÷٤٢) أي أنها تصبح ببساطة: ٣٥٠ × أو ٣٥٠ ÷ ٧ ، والناتج ٥٠ .

العملية الثالثة: وتتضمن تعويض التعديل الذي تم صنعه خلال التقدير وبعده ، وعلى سبيل المثال : ٤٣ ×٥١ قد يتم التفكير فيها كالآتي : ٤٠ × ٥٠ أي أن الناتج ٢٠٠٠ ، لكن يوجد ثلاث خمسينات لم يتم ضربها ، وعندئذ يكون الناتج ٢٠٠٠+١٥٠= ٢١٥٠، وهو التقريب الأفضل .

وفي مقابلة بين أحد المعلمين وتلميذ في الفصل، سأله المعلم : هل يمكنك أن تقدر حاصل ضرب ٥٣×٢٧ أجاب التلميذ الناتج ١٥٠٠ ، فسأله المعلم : هل الإجابة الدقيقة للمسألة هي ١٥٠٠ أم أقل من ١٥٠٠ أم أكبر من ١٥٠٠؟ فرد التلميذ : حسنا، إنها لا يمكن أن تكون مساوية ١٥٠٠ بالضبط ، فسأله المعلم : لماذا ؟ فأجاب قائلا: بسبب أنك تقدر ، وعندما تقدر لا يمكنك أبدا أن تحصل على إجابة دقيقة . فقال المعلم: لكنك هنا أغفلت الرقم ٣ من العدد الأول ، وأضفت الرقم ٣ إلى العدد الثاني، فأجاب التلميذ : لكنها أعداد مختلفة ، إذا قمت بتقريب ٢٧ وجعلها ٣٠ يكون لديك ثلاثة من السبعة وعشرينات تم زيادتها ، وإذا أنت قربت العدد الثاني إلى ٥٠ فإنه يكون لديك ثلاثة من الثلاث وخمسينات تم إنقاصها (Douglas T.owens,1993)

وبالنسبة للكسور الاعتبارية يسأل المعلم سؤالا : هل $\frac{٢}{٥}$ + $\frac{٩}{٢٠}$ أصغر من أم أكبر ؟

أقل من نصف $\frac{١}{٢}$ عدد التلاميذ إجابوا عن هذه السؤال بشكل صحيح ، وعدد صغير من هؤلاء إجابوا بأن كل كسر من الكسرين يساوي النصف تقريبا، وبالتالي فإن مجموعها يجب أن يكون أكبر من $\frac{١}{٢}$ $\frac{١}{٢}$

أحد التلاميذ ذكر أن $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ ؛ حيث إن كلا من الكسرين أكبر من $\frac{١}{٤}$ إذن مجموعهما يكون أكبر من $\frac{١}{٢}$

عدد آخر من التلاميذ حولوا الكسرين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{}{٢٠}$ إلى كسرين عشريين (٤, ٤٥,) وتوصلوا إلى أن المجموع أكبر من $\frac{١}{٢}$.

عدد قليل من التلاميذ حاولوا إضافة الكسرين عن طريق إيجاد مقام مشترك للكسرين لكنهم فشلوا في إدراك ذلك بشكل صحيح .

أحد التلاميذ اقترح أسلوبا غريبا لحل المسألة ، وهو أن يضرب البسط × المقام ، والمقام × المقام ليحصل على الإجابة التالية : = !! $\frac{٢ \times ٩}{٥ \times ٢٠}$ $\frac{١٨}{١٠٠}$

وباستقراء الأساليب التي استخدمها التلاميذ في التفكير في حل المسألة، نجد أن الاستراتيجيات والقواعد المستخدمة بواسطة التلاميذ تعكس مشكلة حقيقية في تعلم الألجورثميات والعمليات الرياضية .

إن حلول التلاميذ للمسائل يظهر أن معنى الألجورثيم أو العملية قد غاب عن التلاميذ أو كان مشوشا في عقولهم ، ورغم أن التلاميذ الذين تم اختيارهم من خلال الأمثلة السابقة تم اختيارهم على أساس أنهم أعلى التلاميذ تحصيلا وفقا لنتائج الاختبارات المدرسية ، فإنهم استخدموا إجراءات لا تتضمن حسا عددا حقيقيا عند حل المسائل .

ننتقل الآن إلى الجزء الخاص بالتقدير السيء والذي يمكن أيضا أن يكون كاشفا جدا، ففي أحد الفصول سأل المعلم أحد تلاميذه : هل تستطيع تقدير ٥٢, × ٧٨٩؟ أجاب التلميذ أن الناتج هو ١ × ٨٠٠ = ٨٠٠ ، وبرر التلمي إجابته بأن ٥٢, تقرب من الواحد الصحيح ، ٧٨٩ تقرب من ٨٠٠ ، إذن يساوي ١ × ٨٠٠ ، وبالطبع فإن الإجابة غير مقبولة ، وطريقة حلها تنم عن سوء التقدير .

وهنا يمكن الوصول إلى استنتاج مهم ، وهو أن المقدرين الجيدين الذين تمكنوا جيدا من الحقائق الأساسية والقيمة المكانية ، والعمليات الحسابية هم مهرة أيضا في الحساب العقلي ، ولديهم ثقة بالنفس ، وقوة احتمال للخطأ ، كما ان لديهم مرونة في استخدامهم للاستراتيجيات .

<u>ثالثا : توجهات مستقبلية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات في مصر والوطن العربية.</u>

من خلال الاستعراض السابق للطرق التي يستخدمها التلاميذ عند حل المشكلات الرياضية ، خلصت الدراسة الحالية بعدد من التوجهات المستقبلية التي تحمل ما تجمع لدي كاتب هذه الورقة ، وذلك من خلال اطلاعه على عدد كبير من أدبيات تعليم وتعلم الرياضيات ، وتتمثل هذه التوجهات في :

١. الاهتمام بأساسيات الرياضيات ، تلبية لما أوصت به أدبيات تعليم وتعلم الرياضيات عن أهمية العودة إلى الأساسيات Back to Basic ، حيث إن تعم التلاميذ يتأثر بالمعلومات التي يبدأ بها التلاميذ تعلمهم .
٢. إن تلامي المرحلة الإعدادية يجب أن يكون لديهم فرص عديدة لاستخدام اللغة للاتصال بأفكارهم الرياضية ، ولشرح الأفكار والتخمين والدفاع عن تلك الأفكار بشكل لفظي أو مكتوب ، والتعبير عن فهم أعمق للمفاهيم والقواعد.
٣. يعتقد الكثير من المعلمين أن زيادة جرعة تدريب التلاميذ على استخدام الألجورثيمات والقواعد الرياضية يؤدي إلى زيادة قدرة التلاميذ على حل المشكلات الرياضية ، وقد ثبت خطأ هذا الاعتقاد لأن التدريب لا ينمي المعنى ، والإعادة والتكرار لا يقود إلى الفهم .

٤. إن قدرات التلاميذ على حل المشكلات قد تتحسن بشكل كبير إذا كانوا يستطيعون استخدام الذاكرة العاملة بكفاءة أكبر ، ذلك بأنهم إذا تعلموا أن يستخدموا العمليات الآلية للعناصر الروتينية لأي نشاط ، فإنهم بذلك يصنعون مصادر جيدة للتمكن من المظاهر المستحدثة لحل المسائل المجردة .

٥. إن الكفاءة الرياضية تعنى ما هو أكثر من حيازة القدرة على أداء الحسابات أو استخدام الألجورثميات والإجراءات الرياضية .

٦. إن الأبعاد الفيزيائية والاجتماعية للبنية الرياضية تسهم في نجاح أي فرد في تعلم الرياضيات .

٧. الرياضيات هي الأفضل تعلما عندما يكون التلاميذ مشاركين فيها بنشاط .

٨. الفهم الصحيح للرياضيات يتطلب تنوعا من أدوات التعلم .

٩. اتجاهات التلاميذ واعتقاداتهم حول الرياضيات تؤثر على تعلمهم .

١٠. تعليم الرياضيات يحتاج تدعيما من كلا الأبوين وجماعات المجتمع الأخرى.

١١. التقييم في الرياضيات يجب أن يتم تقييمه بقصد معرفة ماذا وكيف يتعلم التلاميذ الرياضيات ، ولماذا أيضا يفشلون في تعلمها .

١٢. لا يوجد سؤال تتم إجابته ببساطة في خطوة واحدة (مثل حقائق الجمع والضرب) فالتدريب يقوي الاستدعاء السريع من الذاكرة ، ولكن بالنسبة للإجراءات الرياضية الأكثر تعقيدا مثل إجراء حسابات الأعداد المتعددة والأرقام ، والكسور والتعبيرات الجبرية ، فإنه ليس واضحا فإذا كان القدر الكبير من التدريب ضروريا أو حتى هو الطريق الأفضل لتقوية الاستدعاء من الذاكرة .

١٣. إن المعنى أو الفهم في الرياضيات يمكن استحضاره من بناء أو تعرف العلاقات سواء بين التمثيلات أو داخلها .

١٤. ينبغي أن تضع نصب أعيننا أن نحاول جعل الرياضيات متعة ، وعندما يسأل أحد التلاميذ لماذا تعد الرياضيات متعة ؟ فإن الإجابة على الأرجح أن التلميذ يستخدم عقله كثيرا ، عندما يقوم بأداء الرياضيات .

١٥. إن الفهم المتعمق للرياضيات ضروري حتى يتمكن المعلم من تدريسها بشكل جيد ، لأن كل موضوع حتى لو كان سهلا ، يتضمن فهما عميقا للرياضيات .

١٦. إن معرفة المعلم بالموضوع الذي يقوم بتدريبه يسهم جيدا تعليمه للتلاميذ .
١٧. بسبب أننا نعرف الكثير عن كيفية تعلم الأطفال للرياضيات ، أكثر مما نعرف كيفية تعليم الرياضيات لطلاب كليات إعداد المعلم الذي يعدون لممارسة مهنة التدريس .
١٨. إن التأكيد على الحسابات المكتوبة التي تستخدم ألجورثميات معيارية تحبط التلاميذ عندما يطورون استراتيجيات معتمدة على الحس الرياضي ، إن الألجورثميات المعيارية يجب أن تدرس للتلاميذ بعد أن يكونوا قد أخذوا الفرصة بشكل مفهومي لفهم المنطق وراء استخدام الألجورثميات الخاصة بهم .
١٩. إن التلاميذ غالبا يستظهرون الطرق المعتمدة على القواعد وتطبيقها دون فهم لماذا وماذا يفعلون ؟ إن العديد من التلاميذ عندما يقومون بحل المسائل والتوصل إلى إجابات ، فإن ذلك يتم بدون تبرير التلاميذ لإجاباتهم .
٢٠. هناك ضرورة كبيرة لمساعدة التلاميذ على تنمية التفكير التناسبي مبكرا عند دراستهم للرياضيات ، وهذا يتطلب تجنب تدريس الاستخدام الآلي لألجورثميات الضرب التصالبي .
٢١. إن الاستخدام المبالغ فيه للحسابات في فصول الرياضيات يبدو أنه يعطل قدرات بعض التلاميذ عندما يحاولون حل المسائل بدون استخدام الحاسب الجيبي ، وهناك العديد من التلاميذ لا يبذلون جهدا في حل المسائل بسبب توافر الحاسب الجيبي معهم ، وعندما لا تتوافر هذه الحاسبات فإنهم يمتنعون عن حل المسائل الحسابية .
٢٢. التعليم الخصوصي – الشائع جدا في أوساط المعلمين والمتعلمين ، يعد مشكلة كبرى في العملية التعليمية، فالمعلون الخصوصيون عادة يعلمون تلاميذهم القواعد والالجورثيميات دون أن يحرصوا على تنمية الفهم المفاهيمي والاستخدام ذي المعني للقواعد والألجورثيميات الرياضية .
٢٣. كل فرد في المجتمع يحتاج للرياضيات بصرف النظر عن الجنس – الثقافة – المستوى الاقتصادي الاجتماعي – الدراسة أو الخلفية التعليمية . وكل الناس في احتياج إلى تطبيق بعض أشكال الرياضيات المتصلة بأنشطة حياتهم اليومية ، مما يدفع إلى الدعوة إلى الاهتمام بالرياضيات وأساليب تدريسها في المدارس ، وإظهار استخداماتها التطبيقية أمام دارسيها ، مثل قيمتها في عمليات البيع والشراء وقياس المسافات ، وإيجاد المواقع وتقدير التكلفة ، وتوقع وتنبؤ المشكلات المستقبلية لإيجاد حلول مناسبة لها .

٢٤. إن الرياضيات أكثر من مجرد عدد من المفاهيم والحقائق المتفرقة ، فهي تجهزنا بطرق المعرفة ، بالتفكير والفهم ، كما أن أداء الرياضيات يتطلب تفكيرا منطقيا وتدريبا للتلاميذ على التفكير الناقد والإبداعي . ومع أن التلاميذ في المدارس عادة ما يقابلون مشكلات التفكير التي تجيء خلال فهم المسألة تدفع التلميذ لعلم اتصالات وسط المعلومات المعطاة لتوليد الحل والتحقق من وقته .

٢٥. دعونا نتذكر الغائب الحاضر – وليم تاضروس عبيد – الرائد العظيم لتعليم الرياضيات في مصر والوطن العربي ، والذي رحل عن عالمنا منذ أكثر من عام ، والذي كان أول من أشار في مصر إلى المثل الصيني الذي يقول : (أنا أسمع فأنسى – أنا أري فأتذكر – أنا أعمل فأفهم) والذي أشار أيضا إلى طرق أرسطو الحوارية للإقناع ، وإلى مقولة جون ديوي الشهيرة في أوائل القرن الماضي ، والتي ما زال المربون يرددونها ، وهي : التعليم عن طريق العمل learning by doing ، وإلى دعوة كولب colp إلى التعليم الخبري experimental learning الذي يؤكد أهمية أن يصنع المتعلم ويبني معرفته بنفسه .

وبعد : فقد كان عنوا الورقة كما برأتها (قضايا تعليم وتعلم الرياضيات – دعوة إلى الحوار) وأستأذنكم وأنا أختمها أن أجري تعديلا مهما في عنوانها ليكون (قضايا تعليم وتعلم الرياضيات – دعوة إلى التفكير).

والله ولي التوفيق ،،،

قائمة المراجع :

١. رفعت محمد حسن المليجي (٢٠٠٦) طرق تعليم الرياضيات " النظرية والتطبيق " ، ط ١ ، الرياض ، مكتبة الرشد .

٢. رفعت محمد حسن المليجي (٢٠٠٩) طرق تعليم الرياضيات " الإبداع والإقناع " ، ط ١ ، القاهرة ، دار السحاب للنشر والتوزيع .

٣. رفعت محمد حسن المليجي (٢٠٠٩) دور ثراء بيئة التعليم في إثراء تعلم الرياضيات المدرسية ، ورقة عمل مقدمة إلى المؤتمر العلمي الحادي والعشرون للجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس " تطوير المناهج الدراسية بين الأصالة والمعاصرة " ، القاهرة ، دار الضيافة بجامعة عين شمس ، ٢٨ / ٢٩ يوليو .

4. An Agenda For Action (1980) : recommendation for school mathematics of the 1980 (Reston . va: national council for teachers of mathematics) . p.6.

5. Brown , c.a , and others (1988) : secondary school Results for the fourth NAEP mathematics assessment . mathematics teacher , 80 (4) ,241-248.

6. Douglas .T.Owens. Editor (1993) : Research Ideas for the classroom , middle grades math- emetics , new York , Macmillan publishing company , p . 52 .

7. Fredrika.k.Reisman (1981) : teaching mathematics , methods and content , second edition , Boston , hougton Mifflin company .

8. Fredrika.k.Reisman and s.h .kauffman (1980) : teaching mathematics to children with special needs , columlars , ohio : Charles e. merril publishing co .

9. Hieber, J , carpenter , t , p , (1982) : Piagetian tasks as reading measures in mathematics instruction .A critical review .Education-Sal studies in mathematics, 13(3) 329-345.

10. Howden,h, (1989) : teaching numbers sense- arithm – etic teacher , 36 (6). 6-11.
11. National council of teachers of mathematics . Research interpretation project .
12. Othman N.alsawaie (2011): Number sense – based strties used by high achieving sixth grade student who expensed reform textbooks , international journal of science and mathematics education .
13. REYS, b,j,(1989): conference on numbers sense .in.j. t , sowder and B.p.schapplle (edo) , establishing foundation for research on number sense and related topics : report of a conference , p p . 70 – 73 .